

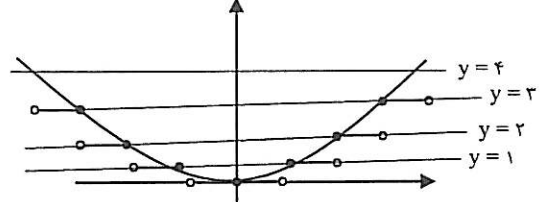
جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح  
وقت امتحان: ۹۰ دقیقه  
تاریخ امتحان: ۱۳۹۶ / ۱۰ / ۹  
تعداد برگ سوال: ۱ برگ

ش صندلی (ش داوطلب): نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف (دوره‌ی دوم) نوبت امتحانی: دی ماه  
نام خانوادگی: نام پدر: پایه: چهارم  
سؤال امتحان درس: ریاضی نام دبیر: جناب آقای باغ شیخی سال تحصیلی: ۹۶-۹۷

ردیف	سوال	بارم
۱	در جعبه اول ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه دوم ۳ مهره سفید و ۶ مهره سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟	۱/۵
۲	در پرتاب یک سکه اگر رو بیاید یک تیرانداز مجاز است ۵ تیر رها کند و اگر پشت بیاید ۳ تیر رها کند. می‌دانیم احتمال اصابت هر تیر رها شده $\frac{3}{5}$ است. با کدام احتمال فقط یک تیر اصابت می‌کند؟	۲
۳	هر یک از ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ بر روی ۵ کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ است؟	۲
۴	اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه‌های $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند مجموعه جواب کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟	۱/۵
۵	نمودار تابع $y = [x^2]$ روی بازه‌ی $x \in (-2, 2)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟	۱/۵
۶	تابع با ضابطه‌ی $f(x) =  2x - 6  -  x + 1 $ در یک بازه صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟	۱/۵
۷	دنباله‌ی $a_n = \frac{7 + 4^{n-1}}{2 + 4^n}$ از نظر کران‌داری و یکنوایی چگونه است؟	۱/۵
۸	به ازای یک مقدار $x$ اعداد $x^2 - 2$ و $2x$ و $x^2 + 4$ سه جمله‌ی اول یک تصاعد هندسی نزولی‌اند. مجموع ۷ جمله اول این دنباله کدام است؟	۱/۵
۹	کارایی عادی در کارخانه‌ای پس از $t$ ماه روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 40e^{-0.2t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ $\ln 2 = 0.68$	۱/۵
۱۰	جواب کلی $2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$ به کدام صورت است؟	۱/۵
۱۱	در تابع $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر $x$ در نقطه‌ی $x = 1$ با نمو ۰/۴۴ از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه چقدر کمتر است؟	۲
۱۲	در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 + \cos x} & x > 0 \\ \sin 2x & x \leq 0 \end{cases}$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ کدام است؟	۲
۲۰	جمع کل	موفق باشید

ساعت امتحان: ۸ صبح	نام واحد آموزشی: دبیرستان غیردولتی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی عمومی
تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۱	نام دبیر:	نوبت امتحانی: اول
تعداد برگ راهنمای تصحیح: ۱ برگ	سال تحصیلی: ۹۵ - ۹۶	رشته: چهارم تجربی

۱/۵	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}}$	۱
۲	$\frac{1}{2} \times \binom{5}{1} \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^4 + \frac{1}{2} \times \binom{3}{1} \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^2$	۲
۲	$\frac{4 \times 3!}{\binom{3}{5} + 3!} = -0.4$	۳
۱/۵	$\frac{1}{x} + 1 = X \rightarrow x = \frac{1}{X-1} \quad 2\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x-1}\right) - 4 = 0 \rightarrow 2 - 2(X-1) - 4(X-1)^2 = 0 \rightarrow -4X^2 + 8X + 1 = 0$	۴
۱/۵		۵
۱/۵	$x \geq 2 \rightarrow y = 2x - 6 - x - 1 = 9x - 7 \rightarrow x = y + 7 \rightarrow f^{-1}(x) = x + 7$ $y + 7 \geq 2 \rightarrow x \geq -4$	۶
۱/۵	$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{4} \rightarrow \text{کراندار} \rightarrow \text{همگرا} \quad a_1 = \frac{n}{6}, \dots, a_\infty = \frac{1}{4} \rightarrow \text{نزولی}$	۷
۱/۵	$4x^2 = (x^2 - 2)(x^2 + 4) \rightarrow \text{تغییر متغیر } x = 2 \rightarrow 8, 4, 2, \dots \quad S_n = 8 \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}}$	۸
۱/۵	$v_0 = 90 - 40 \cdot e^{-0.2t} \rightarrow e^{-0.2t} = \frac{1}{2} \rightarrow -0.2t = -0.693 \rightarrow t = 3.465$	۹
۱/۵	$2 \sin x \cos x = 1 - 2 \cos^2 x \rightarrow \sin 2x = \cos 2x \rightarrow \tan 2x = 1$ $2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$	۱۰
۲	$\frac{f(1/44) - f(1)}{1/44 - 1} = \frac{-0.44}{\sqrt{1/44} - 1} = \frac{-0.44}{1/\sqrt{44} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{44}} - 1} = \frac{1}{\frac{1 - \sqrt{44}}{\sqrt{44}}} = \frac{\sqrt{44}}{1 - \sqrt{44}}$ $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=1} 1 \quad 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	۱۱
۲	$f'_+(0) = \frac{\cos x}{1 + \cos x} \xrightarrow{x=0} f'_+(0) = \frac{1}{2} \rightarrow 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $f'_-(0) = +2 \cos 2x \xrightarrow{x=0} f'_-(0) = 2$	۱۲
۲۰	جمع کل	موفق باشید